

Quesito 4.

Data a parte finita i pian compresa tra le rette $x+y-1=0$ e $x-1=0$ e il grafico della funzione $y = e^x$, si determini la sua area e il volume del solido ottenuto facendola ruotare di un giro completo attorno all'asse x .

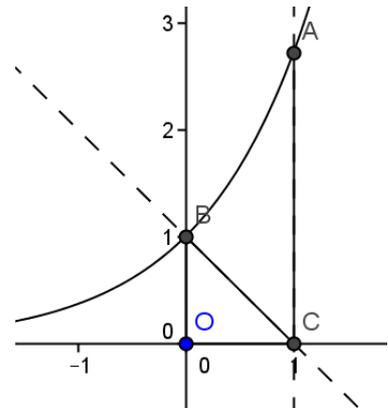
Soluzione

L'area richiesta è la differenza tra l'area del trapezoide ABOC e quella del triangolo BOC

$$\text{Area trapezoide} = \int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 = e - 1$$

$$\text{Area triangolo} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Area richiesta} = e - \frac{3}{2} \cong 1.22$$



Facendo ruotare il trapezoide ABOC attorno all'asse x si trova un solido di volume

$$V_1 = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \pi \left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

Il triangolo BOC, nella stessa rotazione, genera un cono di volume $V_2 = \frac{\pi}{3}$

$$\text{Il volume richiesto è } V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{6} (3e^2 - 5) \cong 9$$