



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sono dati un quarto di cerchio AOB e la tangente t ad esso in A. Dal punto O si mandi una semiretta che intersechi l'arco AB e la tangente t , rispettivamente, in M ed N.

1. Posto $\widehat{AOM} = \alpha$, si calcoli il rapporto:

$$\frac{MN}{MA}$$

e lo si esprima in funzione di $x = \sin \frac{\alpha}{2}$, controllando che risulta:

$$f(x) = \frac{x}{1-2x^2}$$

2. Prescindendo dalla questione geometrica, si studi la funzione $f(x)$ e se ne tracci il grafico γ .
3. Si scriva l'equazione della tangente a γ nel punto di flesso; si scriva poi l'equazione della circonferenza con il centro nel suddetto punto di flesso e tangente agli asintoti verticali di γ .
4. Si determini l'area della regione di piano limitata dalla curva γ dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = \frac{1}{3}$ e $x = \frac{1}{2}$.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x \log^2 x}$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico γ , su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy.
2. Si scriva l'equazione della tangente a γ nel punto di ascissa $x = e$ e si calcoli l'area del trapezio T che essa forma con l'asse x , con l'asintoto verticale e con la retta di equazione $x = e$.
3. Si calcoli l'area della regione S_k delimitata dalla curva γ , dall'asse x e dalle rette di equazioni $x = e$ e $x = k$ ($k > e$).
4. Si faccia vedere che S_k tende verso un limite finito quando k tende a $+\infty$ e si confronti tale limite col valore numerico dell'area del trapezio T, arrotondato alla quarta cifra decimale.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si determini il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{e^{2x} - 3e^x + 2}$.

2. La funzione:

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 \sqrt{x},$$

è evidentemente continua nel punto $x = 0$. Si dimostri che nello stesso punto non è derivabile.

3. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2}{3} \left(2 + \operatorname{sen}^2 \frac{1}{x} \right)$$

nel punto P di ascissa $x = \frac{1}{\pi}$.

4. Data la parte finita di piano compresa tra le rette $x + y - 1 = 0$ e $x - 1 = 0$ ed il grafico della funzione $y = e^x$, si determini la sua area ed il volume del solido ottenuto facendola ruotare di un giro completo attorno all'asse x .

5. Un osservatore posto sulla riva di un lago a 236 m sopra il livello dell'acqua, vede un aereo sotto un angolo di elevazione α di $42,4^\circ$ e la sua immagine riflessa sull'acqua sotto un angolo di depressione β di $46,5^\circ$. Si trovi l'altezza dell'aereo rispetto all'osservatore.

6. Si trovino gli eventuali flessi della curva:

$$f(x) = x \left[(\log 3x)^2 - 2 \log 3x + 2 \right].$$

7. Una scatola di forma cilindrica ha raggio r e altezza h . Se si aumenta del 5% ciascuna sua dimensione, di quanto aumenterà, in termini percentuali, il suo volume?

8. Si calcoli il limite della funzione $\frac{\operatorname{sen} x + \cos x - \sqrt{2}}{\log \operatorname{sen} 2x}$, quando x tende a $\frac{\pi}{4}$.

9. Si calcoli il valore medio della funzione:

$$y = \cos^5 x,$$

nell'intervallo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

10. Un certo numero formato da tre cifre è uguale a 56 volte la somma delle cifre che lo compongono. La cifra delle unità è uguale a quella delle decine aumentata di 4, mentre, scambiando la cifra delle unità con quella delle centinaia, si ottiene un valore che è uguale a quello originario diminuito di 99. Si determini il numero di partenza.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.