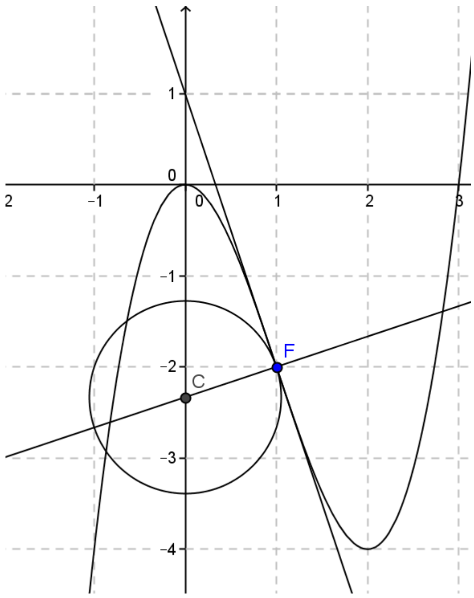
Quesito 10 Americhe

Scrivere l'equazione della circonferenza C che ha il centro sull'asse y ed è tangente al grafico Gf di $f(x) = x^3 - 3x^2$ nel suo punto di flesso.

Soluzione

Per determinare il punto F, flesso di f(x), determiniamo la derivata seconda



$$f'(x) = 3x^2 - 6x \rightarrow f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(x) = 0 \quad per\ x = 1$$

$$f''(x) < 0 \quad per\ x < 1$$

$$f''(x) > 0 \quad per\ x > 1$$

La curva Gf volge la concavità verso il basso per x<1, verso l'alto per x>1

Il punto$F(1;-2)$ è $il\ punto\ di\ flesso$

Il coefficiente angolare della tangente in flessionale t uguale a $f'(1) = -3$

Il coefficiente angolare della normale n è uguale a $\frac{1}{3}$ e la sua equazione è

$$y + 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

Il centro della circonferenza tangente a t in F è il punto C di incontro di n con l'asse y

$$C\begin{cases} y + 2 = \frac{1}{3}(x - 1) \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow C\left(0; -\frac{7}{3}\right)$$

L'equazione della circonferenza assume la forma $x^2 + y^2 + \frac{14}{3}$y +c=0

Imponendo il passaggio per si trova

$1 + 4 - \frac{28}{3}$ +c=0→ $c = -\frac{13}{3}$

$$\boldsymbol{x^2 + y^2 + \frac{14}{3}y - \frac{13}{3} = 0}$$

Soluzione di Adriana Lanza