Quesito 1

Determinare l'espressione analitica della funzione y = f(x) sapendo che la retta y = -2 x + 5 è tangente al grafico di f nel secondo quadrante e che $f'(x) = -2x^2 + 6$.

Soluzione

Detto $T(x_t, y_t)$ il punto di tangenza tra la retta di equazione $y = -2x + 5$ e il grafico di $f(x)$, possiamo affermare che $f'(x_t) = -2$, ovvero coincide con il coefficiente angolare della retta stessa.

Pertanto

$$-2x_t^2 + 6 = -2 \rightarrow x_t = \pm 2$$

Dovendo T appartenere al secondo quadrante, si sceglie la soluzione $x_t = -2$.

L'ordinata di T si trova sostituendo il valore dell'ascissa nell'equazione della retta

$$y_t = +4 + 5 = 9 \rightarrow$$

$$T(-2; 9)$$

Per determinare l'espressione analitica di f(x) imponiamo le due condizioni

$$\begin{cases} f'(x) = & -2x^2 + 6 \\ f(-2) = & 9 \end{cases}$$

Pertanto , poiché $f(x)$ è una primitiva di f'(x) e poiché

$$\int (-2x^2 + 6)\, dx = -\frac{2}{3}x^3 + 6x + c\ ,$$

imponendo la condizione

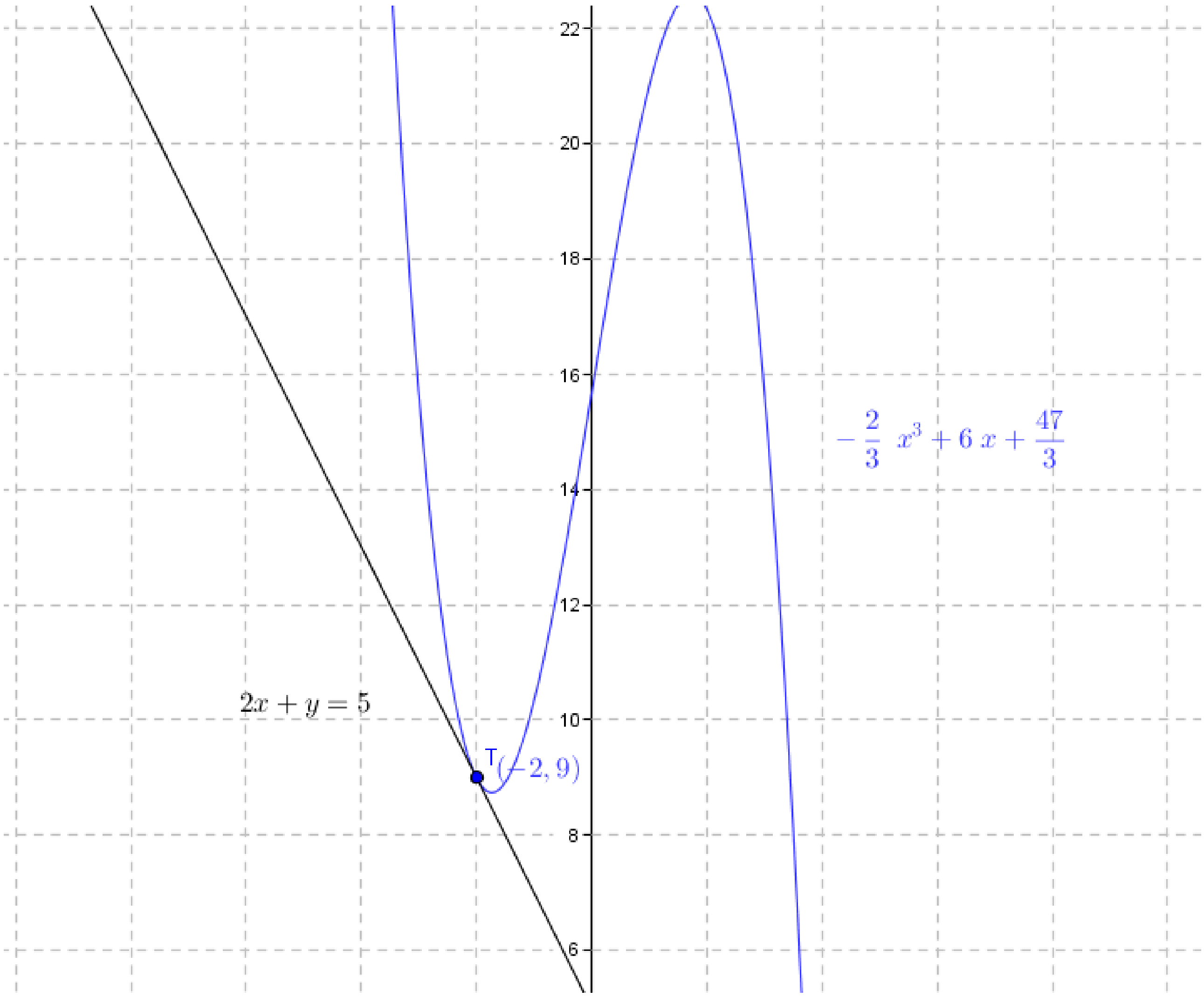
$$\frac{2}{3}8 - 6 * 2 + c = 9$$

si determina il valore di c= $\frac{47}{3}$

L'espressione analitica di f(x) è $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 6x + \frac{47}{3}$

Soluzione di Adriana lanza

Verifica grafica



Soluzione di Adriana lanza