Quesito 3.suppletiva

Vengono lanciati due dadi. Dei due punteggi, viene considerato il maggiore; se sono uguali, viene considerato il punteggio comune dei due dadi. Detto X il punteggio registrato, riportare in una tabella la distribuzione di probabilità di X e mostrare che $p(X = 3) = \frac{5}{36}$.
Calcolare inoltre la media e la varianza di X.

Soluzione

Lanciando 2 dadi , i possibili esiti sono le 36 coppie ordinate

$$(a; b) \quad con \quad 1 \leq a \leq 6 \quad e \quad 1 \leq b \leq 6$$

Dado_1 / Dado_2	1	2	3	4	5	6
1	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

Il punteggio x viene assegnato in corrispondenza delle seguenti uscite, evidenziate nella precedente tabella

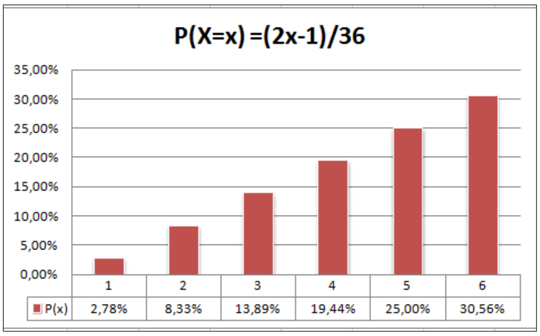
$$xx \quad xy \quad yx \qquad con \quad 1 \leq x \leq 6 \qquad 1 \leq y \leq 6 \qquad y < x$$

Poiché i possibili esiti inferiori a x sono x-1, i casi favorevoli all'evento " Si registra il punteggio x" sono in numero di 2(x-1)+1 = 2x-1

La variabile aleatoria X = punteggio registrato può assumere i valori {1,2,3,4,5,6} con
p(x)=p($X = $x) $= \frac{2x-1}{36}$
Si verifica facilmente che $p(X = 3) = \frac{6-1}{36} = \frac{5}{36}$.

Distribuzione di probabilità di X

X	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	1/36	3/36	5/36	7/36	9/36	11/36



Valor medio $\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{6} x_i \cdot p(x_i) = \sum_{i=1}^{6} \frac{2x_i^2 - x_i}{36} \cong \mathbf{4,47}$

Varianza $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{6} (x_i - \mu)^2 \cdot p(x_i) = \sum_{i=1}^{6} (x_i - \mu)^2 * \frac{2x_i - 1}{36} \cong \mathbf{1,97}$

Soluzione di Adriana Lanza

Nella tabella seguente sono riportati i calcoli necessari per determinare la media e la varianza di X

xi	P(xi)	xi*P(xi)	xi-μ	(xi-μ)^2	P(xi)*(xi-μ)^2
1	0,03	0,03	-3,47	12,06	0,33
2	0,08	0,17	-2,47	6,11	0,51
3	0,14	0,42	-1,47	2,17	0,30
4	0,19	0,78	-0,47	0,22	0,04
5	0,25	1,25	0,53	0,28	0,07
6	0,31	1,83	1,53	2,33	0,71
Somma	1,00	4,47			1,97
	Σp(xi)	μ			σ^2

Il calcolo del valor medio può essere anche effettuato direttamente dalla formula $\sum_{ì=1}^{6} \frac{2{x_i}^2 - x_i}{36}$

sfruttando le seguenti identità

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{ì=1}^{6} \frac{2{x_i}^2 - x_i}{36} = \frac{1}{36}\left(2\,\frac{6(6+1)(2\cdot 6+1)}{6} - \frac{6(6+1)}{2}\right) = \frac{1}{36}(14\cdot 13 - 21) = \frac{161}{36} \cong 4,47$$

Soluzione di Adriana Lanza