QUESITO 3

Risolvere l'equazione:

$$5\binom{n+1}{5} = 21\binom{n-1}{4}$$

Soluzione

L'equazione deve essere risolta in N, inoltre devono essere soddisfatte le condizioni

$$\begin{cases} n+1 \geq 5 \\ n-1 \geq 4 \end{cases} \to \begin{cases} n \geq 4 \\ n \geq 5 \end{cases} \to n \geq 5$$

Poichè $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots.(n-k+1)}{k!}$

$$\binom{n+1}{5} = \frac{(n+1)(n)(n-1)(n-2)(n-3)}{5!}$$

$$\binom{n-1}{4} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{4!}$$

Sostituendo le due espressioni nell'equazione assegnata si trova

$$5\ \frac{(n+1)(n)(n-1)(n-2)(n-3)}{5!} = 21\,\frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{4!}$$

Dopo opportune semplificazioni, tenendo conto della condizione $n \geq 5$ e dell'uguaglianza $5! = 5 \cdot 4!$,

$$\frac{(n+1)(n)}{4!} = 21\,\frac{(n-4)}{4!} \to$$

$$n^2 + n = 21n - 84 \to n^2 - 20n + 84 = 0 \to n = 10 \pm \sqrt{16}$$

$$n = 14 \ \cup\ n = 6$$

Entrambe le soluzioni sono accettabili

Soluzione di Adriana Lanza