

#### Quesito 4. Europa

Sia  $P(x) = x^2 + bx + c$ . Si suppone che  $P(P(1)) = P(P(2)) = 0$  e che  $P(1) \neq P(2)$ . Si calcoli  $P(0)$

#### Soluzione

Se  $P(P(1)) = P(P(2)) = 0$

$$P(1) = 1 + b + c$$

$$P(2) = 4 + 2b + c$$

sono i due zeri del polinomio e sono legati ai coefficienti dalle relazioni

$$\begin{cases} 1 + b + c + 4 + 2b + c = -b \\ (1 + b + c)(4 + 2b + c) = c \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} b = -\frac{c}{2} - \frac{5}{4} \\ \left(1 + \frac{c}{2} - \frac{5}{4}\right)\left(4 - \frac{5}{2}\right) = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -\frac{c}{2} - \frac{5}{4} \\ \left(\frac{c}{2} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = c \end{cases} \rightarrow -\frac{1}{4}c = \frac{3}{8} \rightarrow c = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} b = -\frac{c}{2} - \frac{5}{4} \\ \frac{3}{4}c - c = \frac{3}{8} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -\frac{c}{2} - \frac{5}{4} \\ -\frac{1}{4}c = \frac{3}{8} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Soluzioni } \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad P(x) = x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$P(0) = -\frac{3}{2}$$