Quesito 7. Suppletiva

Una fabbrica produce mediamente il 3% di prodotti difettosi. Determinare la probabilità che in un campione di 100 prodotti ve ne siano 2 difettosi, usando:

- la distribuzione binomiale;
- la distribuzione di Poisson

Soluzione

La probabilità che un prodotto sia difettoso è $p = 0{,}03$.

Si scelgono casualmente 100 prodotti (campionamento da popolazione infinita senza reimmissione)
La variabile casuale X = «numero di prodotti difettosi» è ricondotta alla variabile "conteggio del numero di successi di un evento A in n prove indipendenti" ovvero " il numero dei successi ottenuti in un campione di n osservazioni".

La distribuzione è di tipo binomiale:

Se si eseguono n prove tutte nelle medesime condizioni, in modo che sia sempre p la probabilità che un certo evento A si realizzi e sia sempre q = (1 − p) la probabilità che si realizzi il suo complementare $\overline{\mathrm{A}}$, la probabilità che l'evento A si realizzi k volte nelle n prove, è:

$$P(k) = C_{n,k}\, p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\; p^k q^{n-k}$$

dove il termine $C_{n,k}$ rappresenta le combinazioni semplici di classe k di n elementi (o coefficienti binomiali). Nel nostro caso n =100 e p = 0,03

$$P(k) = C_{100,k}\; 0{,}03^k 0{,}97^{100-k}$$

Se k =2 $\quad P(2) = C_{100,2}\; 0{,}03^2 0{,}97^{98} \cong \frac{100\cdot 99}{2} \cdot 0{,}0009 \cdot 0{,}0505 \cong 0.2251$

Distribuzione di Poisson

Quando n è molto grande e p abbastanza piccola, la distribuzione binomiale può essere approssimata con una poissoniana di parametro λ=np (media)

$$P(N = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

Nel nostro caso k=2 e λ=np=3

$$P(N = 2) = e^{-3} \frac{3^2}{2!} \cong \frac{9}{2}\, 0{,}04978 \cong 0{,}2240$$

La probabilità che in un campione di 100 prodotti ve ne siano 2 difettosi è circa 22%

Soluzione di Adriana Lanza