Quesito 8- Europa

Se $f(x) = \int_1^{x^3} \frac{1}{1+lnt} dt$ per $x \geq 1$, qual è il valore di $f'(2)$?

Soluzione

La funzione integranda è continua negli intervalli $0 < x < \frac{1}{e}$ ∪ $x > \frac{1}{e}$, quindi è integrabile in ogni intervallo chiuso e limitato appartenente a $[1; +\infty[$ e ,per il teorema fondamentale del Calcolo integrale , si può affermare che la funzione

$f(z) = \int_1^{z} \frac{1}{1+lnt} dt$ è derivabile per $x \geq 1$ e $f'(z) = \frac{1}{1+\ln z}$

$f(x) = \int_1^{x^3} \frac{1}{1+lnt} dt$ è una funzione composta $= f(z) = \int_1^{z} \frac{1}{1+lnt} dt \; dove \; z = x^3$

pertanto

$$f'(x) = f'(z) * \frac{dz}{dx} = \frac{1}{1+\ln z} 3x^2 = \frac{3x^2}{1+ln(x^3)} \rightarrow$$

$$f'(2) = \frac{12}{1+3\ln 2}$$

Soluzione di Adriana Lanza