

Quesito2. Europa

Da un'analisi di mercato è risultato che il 32% della popolazione usa il prodotto A.

Scelto a caso un gruppo di 12 persone, determinare il valore medio, la varianza e la deviazione standard della variabile casuale $X = \langle \text{numero di persone che usa il prodotto A} \rangle$. Calcolare inoltre la probabilità che, all'interno del gruppo scelto, il numero di persone che usano detto prodotto sia compreso tra 2 e 5, estremi inclusi

Soluzione

La probabilità che un individuo di quella popolazione usi il prodotto A è $p = 0,32$.

Si scelgono casualmente 12 persone (campionamento da popolazione infinita senza reimmissione)

La variabile casuale $X = \langle \text{numero di persone che usa il prodotto A} \rangle$ è ricondotta alla variabile "conteggio del numero di successi di un evento A in n prove indipendenti" ovvero "il numero dei successi ottenuti in un campione di n osservazioni".

La distribuzione è di tipo binomiale:

Se si eseguono n prove tutte nelle medesime condizioni, in modo che sia sempre p la probabilità che un certo evento A si realizzi e sia sempre $q = (1 - p)$ la probabilità che si realizzi il suo complementare \bar{A} , la probabilità che l'evento A si realizzi k volte nelle n prove, è:

$$P(k) = C_{n,k} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

dove il termine $C_{n,k}$ rappresenta le combinazioni semplici di classe k di n elementi (o coefficienti binomiali).

Nel nostro caso $P(k) = C_{12,k} 0,32^k 0,68^{12-k}$

Questa distribuzione è la somma di n v.a. dicotomiche o bernoulliane

In ciascuna prova:

- il valore atteso di un successo è $p \cdot 1 + q \cdot 0 = p$
- la varianza è $p \cdot (1 - p)^2 + q \cdot p^2 = q(p - p^2 + p^2) = pq$

quindi valor medio e varianza di questa distribuzione sono

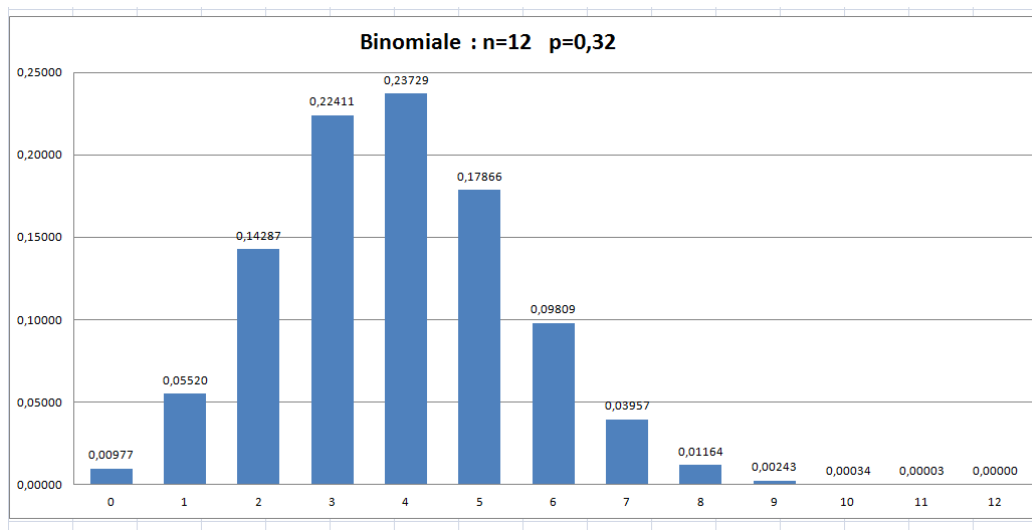
$$E(X) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = p + p \dots + p = np$$

$$Var(X) = Var((X_1 + X_2 + \dots + X_n)) = pq + pq \dots + pq = npq$$

Nel nostro caso:

- **Il valor medio è $\mu = np = 3,84$**
- **La varianza è $npq \cong 2,61$**
- **La deviazione standard è $\sigma = \sqrt{npq} \cong 1,62$**

Grafico e valori della distribuzione



La probabilità che, all'interno del gruppo scelto, il numero di persone che usano detto prodotto sia compreso tra 2 e 5, estremi inclusi è

$$P(2 \leq X \leq 5) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) =$$
$$0,14287 + 0,22411 + 0,23729 + 0,17866 \cong 78\%$$