Quesito 3.

Lanciando una moneta sei volte qual è la probabilità che si ottenga testa "al più" due volte? Qual è la probabilità che si ottenga testa "almeno" due volte?

Soluzione

La variabile casuale X = «numero di teste >> è ricondotta alla variabile "conteggio del numero di successi di un evento A in n prove indipendenti" ovvero " il numero dei successi ottenuti in un campione di n osservazioni".

La distribuzione è di tipo binomiale:

Se si eseguono n prove tutte nelle medesime condizioni, in modo che sia sempre p la probabilità che un certo evento A si realizzi e sia sempre q = (1 − p) la probabilità che si realizzi il suo complementare $\overline{\mathrm{A}}$, la probabilità che l'evento A si realizzi k volte nelle n prove, è:

$$P(k) = C_{n,k}\, p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\; p^k q^{n-k}$$

dove il termine $C_{n,k}$ rappresenta le combinazioni semplici di classe k di n elementi (o coefficienti binomiali).

Nel nostro caso la probabilità che in 6 lanci si ottenga testa k volte è

$$P(k) = C_{6,k}\left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{6-k} = C_{6,k}\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

La distribuzione delle probabilità della variabile aleatoria

X = numero di teste in 6 lanci è

P(X=k)	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$6\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$15\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$20\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$15\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$6\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$
k	0	1	2	3	4	5	6

ovvero

P(X=k)	0,015625	0,09375	0,234375	0,3125	0,234375	0,09375	0,015625
k	0	1	2	3	4	5	6

$X \leq 2$

$X \geq 2$

$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 22\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cong 34\%$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) \cong 89\%$

Soluzione di Adriana Lanza