

QUESITO 1

Lanciando una coppia di dadi cinque volte, qual è la probabilità di ottenere un punteggio maggiore di sette almeno due volte?

SOLUZIONE

Il numero dei casi possibili è pari a $6 \times 6 = 36$, poiché ogni faccia del primo dado si può combinare con ognuna delle sei facce del secondo.

I risultati sono rappresentati nella tabella seguente, dove in ogni cella è stata calcolata la somma dei numeri della riga e della colonna corrispondenti

		ESITI DADO 1					
		1	2	3	4	5	6
ESITI DADO 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Poiché i punteggi superiori a 7 sono in tutto 15, la probabilità dell'evento

$$A = \{ \text{si ottiene un punteggio totale superiore a 7} \}$$

è
$$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \cong 42\%$$

Ripetendo l'esperimento cinque volte, l'evento A si può realizzare un numero k di volte pari a 0,1,2,3,4,5.

Chiamiamo X la variabile casuale che conteggia il numero k di successi in n prove, la distribuzione di probabilità della variabile X è una **Distribuzione binomiale** $P(k) = C_{n,k} p^k q^{n-k}$

dove p è la probabilità che si realizzi l'evento A e q è la probabilità che si verifichi l'evento contrario \bar{A} ,

essendo $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Nel nostro caso

$$P(k) = C_{5,k} \left(\frac{5}{12}\right)^k \left(\frac{7}{12}\right)^{5-k}$$

Il risultato si può trovare applicando la definizione di probabilità composta e di probabilità totale.

La probabilità che in una sequenza di 5 lanci si realizzi k volte l'evento A e 5-k volte l'evento \bar{A} è uguale a $p^k \cdot q^{5-k}$ (probabilità composta)

Simulazione 10-12

Le possibili sequenze di questo tipo sono tante quanti sono i modi di scegliere k posti per l'evento A (e quindi $5-k$ posti per l'evento \bar{A}); corrispondono pertanto alle combinazioni di classe k di 5 oggetti (i 5 posti della sequenza) $C_{5,k}$

$$P(k) = C_{5,k} p^k \cdot q^{5-k} \quad (\text{probabilità totale})$$

Nella tabella seguente sono riportati i valori della distribuzione di probabilità della variabile aleatoria

X che conteggia il numero k di successi in 5 lanci.

L'evento {si realizza A "almeno" due volte} è l'unione degli eventi che corrispondono ai valori di $k \geq 2$

$P(X=k)$	$\left(\frac{7}{12}\right)^5$	$5 \left(\frac{5}{12}\right)^1 \left(\frac{7}{12}\right)^4$	$10 \left(\frac{5}{12}\right)^2 \left(\frac{7}{12}\right)^3$	$10 \left(\frac{5}{12}\right)^3 \left(\frac{7}{12}\right)^2$	$5 \left(\frac{5}{12}\right)^4 \left(\frac{7}{12}\right)^1$	$\left(\frac{7}{12}\right)^5$
k	0	1	2	3	4	5
	$X < 2$		$X \geq 2$			

I valori numerici corrispondenti, approssimati alla seconda cifra decimale, sono riportati nel grafico della Figura 1

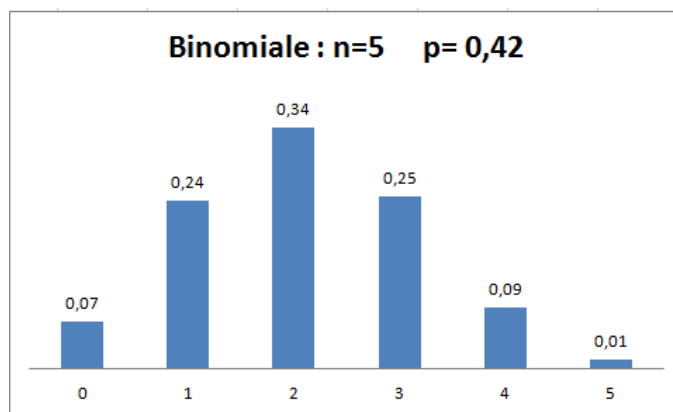


Figura 1

$$P(X \geq 2) \cong 0,34 + 0,25 + 0,09 + 0,01 = 1 - (0,07 + 0,24) = 0,69 = 69\%$$