

### Quesito 6

Risolvere la seguente equazione :

$$6 \binom{x}{5} = \binom{x+2}{5}$$

### Soluzione

Per definizione di coefficiente binomiale si ha

$$\binom{x}{5} = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!} \quad \text{con } x \in \mathbb{N} \cap x \geq 5$$
$$\binom{x+2}{5} = \frac{(x+2)(x+1)(x)(x-1)(x-2)}{5!} \quad \text{con } x \in \mathbb{N} \cap x \geq 3$$

Risolviamo pertanto l'equazione

$$6 \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!} = \frac{(x+2)(x+1)(x)(x-1)(x-2)}{5!} \quad \text{con } x \in \mathbb{N} \cap x \geq 5$$

Dividendo entrambi i membri per il numero  $\frac{(x)(x-1)(x-2)}{5!}$ , sicuramente non nullo,

$$6(x-3)(x-4) = (x+2)(x+1) \rightarrow 6x^2 - 42x + 72 = x^2 + 3x + 2 \rightarrow$$

$$5x^2 - 45x + 70 = 0 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$

Le due soluzioni in  $\mathbb{R}$  sono

$$x_1 = \frac{9-\sqrt{25}}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{9+\sqrt{25}}{2} = 7$$

di cui solo la seconda è accettabile

**Soluzione :  $x=7 \rightarrow$**

$$\binom{9}{5} = 6 \binom{7}{5} = 126$$