

5. I lati di un triangolo ABC misurano: $AB = 5\text{ cm}$, $BC = 6\text{ cm}$ e $CA = 5\text{ cm}$.

Preso a caso un punto P all'interno del triangolo, qual è la probabilità che P sia più vicino al vertice B che al vertice A ?

Soluzione

E' noto che, dato il segmento AB , il luogo dei punti equidistanti da A e da B è la perpendicolare nel suo punto medio ovvero l'asse del segmento (*la retta a in figura*).

Per gli altri punti del piano possiamo dire che $PB < PA$ se la proiezione K del punto P su AB è più vicina ad B , ovvero, se P appartiene al semipiano che contiene B .

Osserviamo che nel nostro caso l'asse del lato AB lascia dalla stessa parte il punto A e il punto C (infatti $CA < CB$) e che il triangolo ABC è suddiviso dall'asse del lato AB , in un triangolo rettangolo e in un quadrilatero.

I punti appartenenti, con riferimento alla figura, al triangolo BMD , sono tali che $PB < PA$

Indichiamo con E l'evento:

Preso casualmente un punto P all'interno del triangolo, si ha $PB < PA$

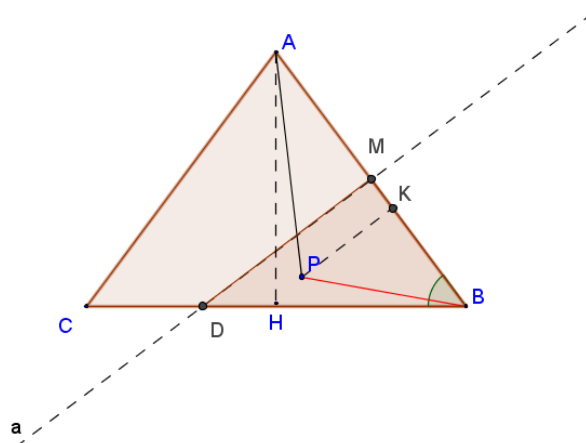
La probabilità $p(E)$ dell'evento E è data dal rapporto tra le aree del triangolo BMD

e del triangolo ABC .

L'area del triangolo ABC è uguale a

$$\frac{1}{2} a \sqrt{c^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} 6 \cdot 4 = 12$$

dove a e c sono le misure dei lati BC e AB , rispettivamente.



Il triangolo BMD è simile al triangolo BHA , essendo rettangoli e avendo in comune l'angolo in B .

Il rapporto di similitudine è uguale al rapporto $\frac{BM}{BH} = \frac{5}{3} = \frac{5}{6} \rightarrow$

$$area_{BMD} = \frac{25}{36} area_{BHA} = \frac{25}{36} \cdot \frac{1}{2} area_{ABC} = \frac{25}{72} area_{ABC}$$

Pertanto $p(E) = \frac{area_{BMD}}{area_{ABC}} = \frac{25}{72} \cong 34,7\%$