7. Determinare la distanza tra il punto $P(2;1;1)$ e la retta:

$$\begin{cases} x+y = & z+1 \\ z = & -y+1 \end{cases}$$

Soluzione

Cominciamo col determinare i parametri direttori della retta r

$\begin{cases} x+y = & z+1 \\ z = & -y+1 \end{cases}$ che può essere scritta nella seguente forma parametrica

$$\begin{cases} x = & 2t \\ y = & -t+1 \\ z = & t \end{cases}$$

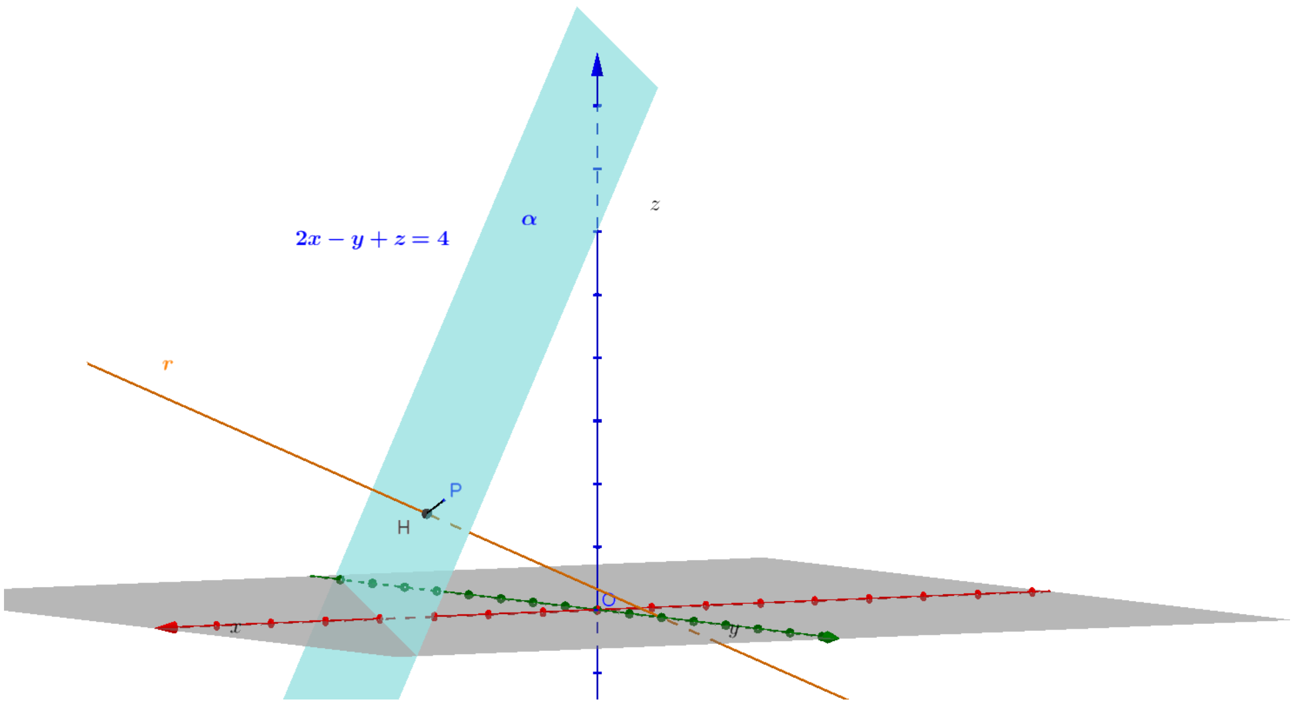
Parametri direttori di r : $(2,-1,1)$

Consideriamo poi il piano α , passante per P e perpendicolare a r , il cui vettore normale ha per componenti i parametri direttori di r .

Il piano α , quindi, appartiene al fascio $2x - y + z = d$,dove d si determina imponendo il passaggio, per il punto $P(2;1;1)$

$$4-1+1=4=d$$

Equazione del piano α : $2x - y + z = 4$



La distanza tra il punto P e la retta r è rappresentata in figura dal segmento PH, essendo H il piede della perpendicolare condotta, nel piano α, da P a r

Il punto H è l' intersezione di r con α, quindi è un punto di r

$$H\begin{cases} x = & 2\bar{t} \\ y = & -\bar{t}+1 \\ z = & \bar{t} \end{cases}$$

corrispondente al valore del parametro $\bar{t}$ tale che

$$4\bar{t}+\bar{t}-1+\bar{t}=4 \to \bar{t}=\frac{5}{6} \to$$

Coordinate di $H\begin{cases} x = & \frac{5}{3} \\ y = & \frac{1}{6} \\ z = & \frac{5}{6} \end{cases}$

Distanza tra P e r:

$$\overline{PH} = \sqrt{\left(2-\frac{5}{3}\right)^2+\left(1-\frac{1}{6}\right)^2+\left(1-\frac{5}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{9}+\frac{25}{36}+\frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$