1. Si consideri questa equazione differenziale: $y'' + 2y' + 2y = x$. Quale delle seguenti funzioni ne è una soluzione? Si giustifichi la risposta.

a) $y = e^{-x}(senx + cosx) + x$ b) $y = 2e^{-x} + x$

c) $y = e^{-x}(senx + cosx) + \frac{1}{2}(x-1)$ d) $y = e^{-2x} + x$

Soluzione

Per rispondere al quesito facciamo una verifica diretta

Prima funzione	**Terza funzione**
a)y=$e^{-x}(\sin x + \cos x) + x$	**c)y=$e^{-x}(\sin x + \cos x) + \frac{1}{2}(x-1)$**
y'=$-e^{-x}(\sin x + \cos x) + e^{-x}(-\sin x + \cos x) + 1 =$ $1 - 2e^{-x}\sin x \rightarrow$	y'=$-e^{-x}(\sin x + \cos x) + e^{-x}(-\sin x + \cos x) + \frac{1}{2} =$ $\frac{1}{2} - 2e^{-x}\sin x \rightarrow$
y"= $2e^{-x}(\sin x - \cos x)$	y"= $2e^{-x}(\sin x - \cos x)$
Sostituendo le espressioni di y, y' e y"nel primo membro dell'equazione differenziale $\boldsymbol{y'' + 2y' + 2y = x}$ **si osserva che**	
a)l'uguaglianza non è verificata $2e^{-x}(\sin x - \cos x)$+2-4$e^{-x}\sin x$ +2$e^{-x}(\sin x + \cos x) + 2x =$ **2+**2x $\neq$ x	c)l'uguaglianza è verificata $2e^{-x}(\sin x - \cos x)$+1-4$e^{-x}\sin x$ +2$e^{-x}(\sin x + \cos x) + x - 1 =$ x =x

Poichè la formulazione della domanda lascia intendere che una sola delle funzioni proposte è soluzione dell'equazione differenziale, la risposta è : la c)