

Quesito 5.

Un'azienda produce, in due capannoni vicini, scatole di imballaggio. Nel primo capannone si producono 600 scatole al giorno di cui il 3% difettose, mentre nel secondo capannone se ne producono 400 col 2% di pezzi difettosi. La produzione viene immagazzinata in un unico capannone dove, nel corso di un controllo casuale sulla produzione di una giornata, si trova una scatola difettosa. Qual è la probabilità che provenga dal secondo capannone?

Soluzione

Primo metodo

La questione posta dal problema rimanda al Teorema di Bayes

Il Teorema di Bayes permette di quantificare la probabilità che un dato evento E si verifichi sotto una determinata ipotesi H_i ovvero che un certo effetto abbia alla sua origine una determinata causa

Nel nostro caso abbiamo l'evento $E\{la\ scatola\ è\ difettosa\}$

Le possibili cause (o ipotesi) sono due

$H_1 = la\ scatola\ proviene\ dal\ primo\ capannone$

$H_2 = la\ scatola\ proviene\ dal\ secondo\ capannone$

Si chiede la probabilità che, avendo estratto una scatola difettosa, questa provenga dal secondo capannone

Dobbiamo calcolare, quindi, $P(H_2 | E)$ essendo

$$P(H_2 | E) = \frac{P(H_2 \cap E)}{P(E)} = \frac{P(H_2)P(E|H_2)}{P(H_1) \cdot P(E|H_1) + P(H_2) \cdot P(E|H_2)}$$

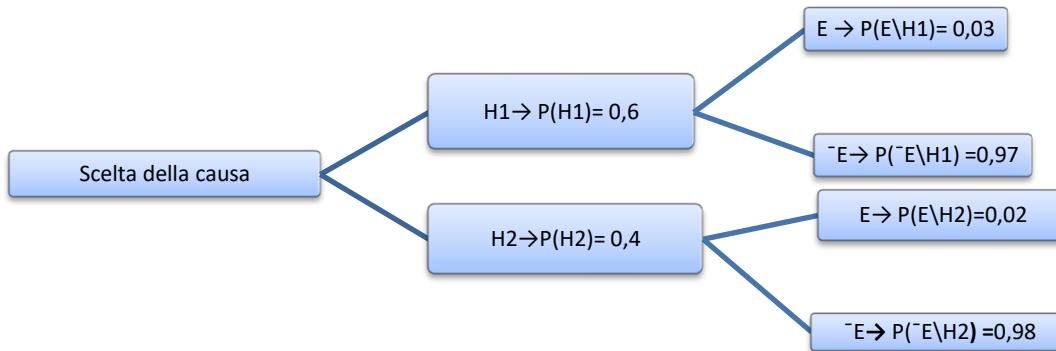
Poiché nel gruppo della totalità delle scatole, in numero di $600+400=1000$, quelle provenienti dal primo capannone sono 600 e quelle che provengono dal secondo capannone sono 400, si ha

$$P(H_1) = \frac{600}{1000} = 0,6 \quad P(H_2) = \frac{400}{1000} = 0,4$$

Poiché la probabilità che una scatola del primo capannone sia difettosa è 0,03, mentre la probabilità che lo sia una del secondo è 0,02, si ha

$$P(E | H_1) = 0,03 \quad P(E | H_2) = 0,02$$

Diagramma ad albero



La probabilità dell’evento E, tenendo conto di entrambe le cause, é

$$P(E) = P(H_1) \cdot P(E | H_1) + P(H_2) \cdot P(E | H_2) = 0,6 \cdot 0,03 + 0,4 \cdot 0,02 = 0,026 \quad (\text{Probabilità totale})$$

Pertanto

$$P(H_2 | E) = \frac{0,4 \cdot 0,02}{0,026} = \frac{4}{13} \cong 31\%$$

Secondo metodo

Poiché si conosce il numero complessivo delle scatole ed è possibile una ripartizione secondo due modalità, costruiamo una tabella a doppia entrata

Tabella di contingenza

	Difettose	Non difettose	Totale
Primo capannone	18	582	600
Secondo capannone	8	392	400
Totale	26	974	1000

Dalla tabella si deduce che, tra le 26 scatole difettose presenti , quelle provenienti dal secondo capannone sono ih numero di 8, quindi la probabilità che, estratta una scatola difettosa, questa provenga dal secondo capannone è $\frac{8}{26} = \frac{4}{13} \cong 31\%$