Soluzione di Adriana Lanza

Quesito 6

In un semicerchio di raggio r=10 è inscritto un triangolo in modo che due vertici si trovino sulla semicirconferenza e il terzo vertice si trovi nel centro del cerchio. Qual è l'area massima che può assumere il triangolo?

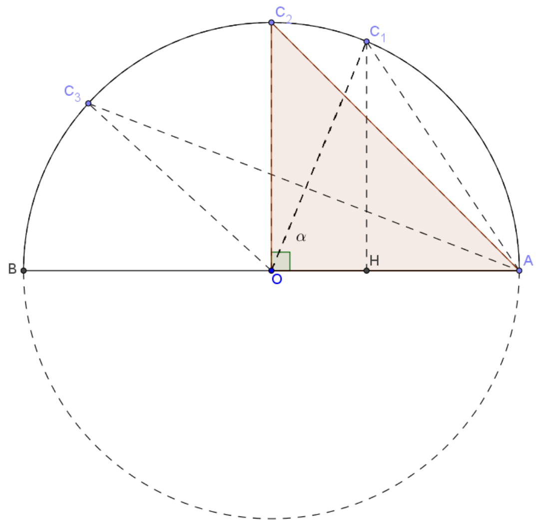
Soluzione

Il triangolo che si viene a formare è isoscele poiché due dei suoi lati sono raggi del cerchio. Indicando con α , essendo $0 < \alpha < \pi$, l'ampiezza dell'angolo tra essi compreso, l'area del triangolo è uguale a $\frac{1}{2}r^2 \sin\alpha$
Il valore massimo si ha quando $\sin\alpha = 1$, cioè quando $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

L'area massima è pertanto $\frac{1}{2}r^2 = 50$, essendo r =10.

Interpretazione geometrica

Consideriamo una circonferenza di centro O e raggio r.



Supponiamo di prendere due punti A e C sulla circonferenza e poi scegliere la semicirconferenza avente il diametro AB sulla retta OA.

Facendo variare C sulla semicirconferenza si ottengono infiniti triangoli aventi per base il segmento OA e per terzo vertice il punto C.

La distanza di C dal diametro AB, che corrisponde all'altezza del triangolo OAC, è massima quando C coincide col punto medio della semicirconferenza, cioè quando il triangolo è rettangolo isoscele.

Poiché tutti i triangoli hanno la stessa base, quello di altezza massima ha anche area massima .