

Quesito 4.

Dati i punti $A(2,4,-8)$ e $B(-2,4,-4)$ determinare l'equazione della superficie sferica di diametro AB e l'equazione del piano tangente alla sfera e passante per A.

Soluzione

Il centro C della sfera è il punto medio del segmento AB, quindi il punto di coordinate

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right) \rightarrow$$
$$C(0,4,-6)$$

La misura del raggio è la metà della distanza tra A e B

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 16} = 2\sqrt{2}$$

L'equazione della superficie sferica è

$$(x - 0)^2 + (y - 4)^2 + (z + 6)^2 = 8 \rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 12z + 44 = 0$$

Il piano tangente alla sfera nel punto A è perpendicolare al vettore \overrightarrow{AC} le cui componenti sono

$$(x_C - x_A, y_C - y_A, z_C - z_A) \rightarrow (-2, 0, 2)$$

Indicato con $P(x, y, z)$ un punto generico, esso appartiene al piano se il vettore \overrightarrow{AP} di componenti $(x - 2, y - 4, z + 8)$ è perpendicolare ad \overrightarrow{AC} .

Imponendo che il prodotto scalare dei due vettori sia nullo, si determina l'equazione del piano

$$-2(x - 2) + 2(z + 8) = 0 \rightarrow x - z = 10$$

