

Quesito 7.

Calcolare, se esiste, il limite della seguente successione, esplicitando il procedimento seguito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{-n}$$

Soluzione

Scriviamo la successione nella forma

$$\left[\left(1 + \frac{3}{n}\right)^n\right]^{-1}$$

e sostituiamo la variabile n con $m = \frac{n}{3}$.

Otteniamo

$$\left[\left(1 + \frac{3}{n}\right)^n\right]^{-1} = \left[\left(1 + \frac{3}{3m}\right)^{3m}\right]^{-1} = \left[\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right]^{-3}$$

Essendo

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = e$$

e poiché al tendere di m a $+\infty$, anche n tende a $+\infty$,

possiamo affermare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{-n} = e^{-3}$$