3 Determinare la velocità di variazione dello spigolo di un cubo, sapendo che il volume del cubo è pari a 0,1 m^3 e sta diminuendo alla velocità di 1200 $\frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}$

Soluzione

Nel testo non è precisato se si richiede la velocità di variazione dello spigolo in un determinato istante o la velocità in funzione del tempo.

Possiamo comunque affermare che:

se il volume V è funzione del tempo , la misura x dello spigolo è funzione composta di V

$$x(t) = \sqrt[3]{V(t)}$$

La velocità di variazione di x è la derivata

$$x'(t) = \frac{1}{3\sqrt[3]{\left(V(t)\right)^2}} V'(t)$$

a) Nell'istante t_0 considerato

$V(t_0) = 10^5 \mathrm{cm}^3$ $\qquad$ $V'(t_0) = -1200 \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}$

pertanto

$$x'(t_0) = -\frac{1}{3\sqrt[3]{10^{10}}} 1200 \frac{cm}{s} = -4 \cdot 10^{-\frac{4}{3}} \frac{cm}{s} = -\frac{0{,}4}{\sqrt[3]{10}} \frac{cm}{s}$$

b) Per conoscere velocità di variazione di x in funzione del tempo, si deve conoscere un'espressione analitica di $V(t)$ e di $V'(t)$.
Il tempo è misurato in secondi, la lunghezza dello spigolo in cm.

Se la velocità si mantiene costante, ponendo $t_0 = 0$, si può scrivere

$$V'(t) = V'(t_0) = 1200 \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}$$

$$\mathrm{V(t)} = 10^5 - 1200\,\mathrm{t}$$

$$x'(t) = -\frac{1}{3\sqrt[3]{(10^5 - 1200\,\mathrm{t})^2}} 1200 = -\frac{4}{\sqrt[3]{(100 - 1{,}2t)^2}}$$

Sostituendo il valore 0 al posto di t, si ritrova il risultato precedente