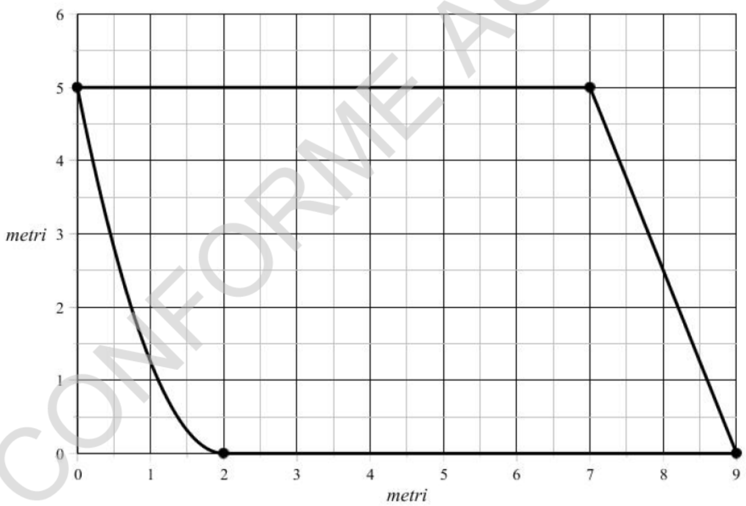
PROBLEMA 1

Sei l'amministratore di un condominio che ha deliberato di dotarsi di una sala per le riunioni condominiali, sfruttando uno spazio comune già disponibile, da coprire e attrezzare.

La superficie individuata è rappresentata in figura 1:



La superficie viene chiusa con pareti laterali alte 3,60 metri e con un tetto piano e orizzontale. Uno dei condomini ti fa presente la necessità di prevedere un impianto di aerazione nella sala, in quanto la mancanza di un adeguato ricambio d'aria in locali chiusi può provocare una serie di disturbi fisici, a causa dell'accumulo di CO_2 (anidride carbonica o diossido di carbonio). Di norma si considera come valore limite della concentrazione di CO_2 lo 0,15%: su 1 milione di particelle d'aria il massimo numero di molecole di CO_2 deve essere dunque 1500.

Nella scelta dell'impianto di aerazione un parametro fondamentale è la potenza in kilowatt, che dipende dal volume dell'ambiente in cui esso viene utilizzato.

La seguente scheda tecnica, fornita dal produttore, fa riferimento alle comuni esigenze di utilizzo:

METRI CUBI DA AERARE	POTENZA RICHIESTA (Kilowatt)
41	2
68	2,6
108	3,5
135	4,4
162	5,3
216	6,1
270	7,2

COPIA CONFORME AGLI ATTI MIUR

1. In base ai dati disponibili e alla scheda tecnica, stima la potenza in kilowatt necessaria, giustificando la tua scelta.

In occasione di una riunione di condominio, un rilevatore di CO_2 installato nella sala indica una concentrazione dello 0,3%; i condomini chiedono quindi di accendere l'impianto di aerazione, in modo che all'ora di inizio della riunione la concentrazione sia stata ridotta allo 0,15%. Il sistema di aerazione immette nella sala 20 $\frac{m^3}{minuto}$ di aria fresca contenente lo 0,1% di CO_2.

2. Approssimando il volume della sala a 130 m^3, ricava l'equazione differenziale che descrive l'andamento della concentrazione $c(t)$ in funzione del tempo t (espresso in minuti). Verifica inoltre che la funzione $c(t) = k \cdot e^{-\frac{2}{13}t} + h$ è una soluzione di tale equazione differenziale.
3. Determina i valori da assegnare alle costanti k e h in modo che la funzione $c(t)$ rappresenti l'andamento della concentrazione di CO_2 a partire dall'istante $t = 0$ di accensione dell'aeratore. Stabilisci quindi quanto tempo prima dell'inizio della riunione esso deve essere acceso, per soddisfare la richiesta dei condomini.
4. L'impianto è in funzione da 10 minuti, quando i 50 partecipanti alla riunione accedono alla sala. Considerando che l'impianto rimane acceso anche durante la riunione e che un essere umano mediamente espira 8 litri/minuto di aria contenente il 4% di CO_2 (*fonte*: OSHA, *Occupational Safety and Health Administration*), descrivi in termini qualitativi come cambierà l'andamento di $c(t)$ dopo l'ingresso dei condomini nella sala, giustificando la tua risposta.

COPIA CONFORME AGL

1. **In base ai dati disponbili e alla scheda tecnica, stima la potenza in kilowatt necessaria, giustificando la tua scelta.**

Per rispondere al primo quesito è necessario avere una stima del volume della stanza, la cui base è la regione rappresentata in figura 1.

La regione ha un contorno mistilineo e non è data alcuna informazione , se non quelle deducibili dal grafico, sulla natura dell'arco curvilineo.

Al volume si deve far corrispondere un valore della potenza elettrica richiesta, secondo i dati della scheda tecnica. Non è specificato il grado di precisione richiesto .

Primo metodo

Si propone una stima grossolana del volume che però permette di utilizzare solo valori presenti nella scheda tecnica.

In prima approssimazione,senza effettuare il calcolo del volume, possiamo procedere così:

consideriamo due solidi , uno di volume sicuramente minore del volume V della stanza e l'altro sicuramente maggiore.

Il primo è il prisma , di altezza 3,60 m , avente per base il trapezio di vertici (2:0) (9;0) (7;5) (2;5) e quindi di volume $V_1 = \left(5\,\frac{7+5}{2}\cdot 3{,}60 = \ 108\right)m^3$

Il secondo è il prisma , di uguale altezza, avente per base il rettangolo di vertici (0;0) (9;0) (9;5) (0;5) quindi di volume $V_1 = (9 \cdot 5 \cdot 3{,}60 = \ 162)m^3$

Essendo 108 $m^3 < V <$162 m^3, secondo la scheda tecnica la potenza necessaria è compresa tra 3,5 kW e 5,3 kW

Nella scheda tecnica , tra i valori 108 e 162 , compare il loro valor medio , 135, e si osserva che i corrispondenti valori della potenza necessaria, sono ad essi legati da un andamento lineare

Metri cubi	PotenzaP(kw)
41	2
68	2,6
108	3,5
135	4,4
162	5,3
216	6,1
270	7,2

$$\frac{4{,}4 - 3{,}5}{135 - 108} = \frac{5{,}3 - 4{,}4}{162 - 135} = \frac{9}{27}$$

Possiamo pertanto accettare che la potenza necessaria è $4,4\ kW$, corrispondente a un volume di 135 m^3.

Secondo metodo

CALCOLO DEL VOLUME

Nel riferimento cartesiano suggerito dal reticolato della figura , possiamo interpretare l'arco curvilineo come un arco della parabola di vertice (2;0) passante per (0;5), la cui equazione è $y = \frac{5}{4}(x-2)^2$

Calcoliamo l'area di base della stanza come somma di un trapezio e un semisegmento parabolico

$Area\ trapezio\ = \left(5\frac{7+5}{2} = 30\right)m^2$

$Area\ \ semisegmento\ parabolico\ \ (applicando\ \ il\ teorema\ di\ Archimede)$=$\left(\frac{2}{3}10 = \frac{20}{3}\right)m^2$

Area di base del solido che rappresenta la stanza $\left(30 + \frac{20}{3} = \frac{110}{3}\right)m^2$

Volume del solido , che può essere considerato un cilindro V=$\left(\frac{110}{3} \cdot\ 3{,}6 = 132\right)m^3$

OSSERVAZIONE
Nulla ci dà la certezza che l'arco di curva sia effettivamente un arco di parabola, ma possiamo stimare la validità del modello confrontando i valori delle coordinate dei punti calcolati mediante l'equazione della parabola e quelli corrispondenti che si leggono nel grafico

Valutiamo, nel grafico, i punti di ordinata 0-1-2-3-4-5 rispettivamente, e confrontiamoli con quelli calcolati mediante l'equazione della parabola

Valore letto (incertezza 0,25 – equivalente alla mezza divisione)	Valore letto	Valore calcolato	errore
x_1	y	x_2	(x_1-x_2)
2	0	2	0
1, 1	1	1,105	-0,005
0,75	2	0,735..	0,015
0,5	3	0,450...	0,05
0,25	4	0,211...	0,039
0	5	0	0

Gli errori sono tutti inferiori a 0,1, quindi minori dell'incertezza di lettura. Possiamo accettare la parabola come curva approssimatrice.

STIMA DELLA POTENZA NECESSARIA

Poiché il valore 132 non è presente nella scheda tecnica si procede ad un'interpolazione

Innanzi tutto osserviamo se la distribuzione è approssimativamente lineare

Metri cubi	PotenzaP(kW)	pendenza
41	2	0,02
68	2,6	0,02
108	3,5	0,03
135	4,4	0,03
162	5,3	0,01
216	6,1	0,02

pendenza media 0,02

Sapendo che $108 < V < 162$

e prendendo in considerazione la pendenza media possiamo scrivere

$$\frac{P(135) - P(132)}{135 - 132} = 0{,}02 \rightarrow P(135) - P(132) = 0.06 \rightarrow$$

$P(132) = P(135) - 0{,}06 = 4{,}4 - 0{,}06 = \mathbf{4{,}34kW.}$

In occasione di una riunione di condominio, un rilevatore di CO_2 installato nella sala indica una concentrazione dello $0,3\%$; i condomini chiedono quindi di accendere l'impianto di aerazione, in modo che all'ora di inizio della riunione la concentrazione sia stata ridotta allo $0,15\%$. Il sistema di aerazione immette nella sala $20\frac{m^3}{minuto}$ di area fresca contenente lo $0,1\%$ di CO_2 .

2. Approssimando il valore del volume della sala a130 m^3 , ricava l'equazione differenziale che descrive l'andamento della concentrazione $c(t)$ in funzione del tempo t espresso in minuti. Verifica poi che la funzione $c(t) = ke^{-\frac{2}{13}t}$+h è una soluzione di tale equazione differenziale.

3. Determina i valori da assegnare alle costanti h e k in modo che la funzione c(t) rappresenti l'andamento della concentrazione di CO_2 a partire dall'istante $t = 0$ di accensione dell'aeratore.

Stabilisci quindi quanto tempo prima dell'inizio della riunione esso deve essere acceso , per soddisfare la richiesta dei condomini.

Si chiede di studiare, tramite un'opportuna funzione , $c(t)$,come varia in funzione del tempo la concentrazione di CO_2.

Per costruire il modello matematico che porta alla scrittura di un'equazione differenziale, indichiamo con $y(t)$ il volume di CO_2 presente al tempo t (il volume è misurato in m^3 e il tempo in minuti).

Introduciamo poi le seguenti grandezze

Valori iniziali

- V=130 m^3 è il volume della stanza che non varia nel tempo
- $C_0 = 0{,}003$ è la concentrazione iniziale
- $y_0 = VC_0$ il volume di CO_2 iniziale uguale a (0,003· $130 = 0{,}390)\ m^3$

Valori di ingresso

- Q_i la portata di ingresso dell'aria = 20 m^3/minuto
- C_i la concentrazione di ingresso = 0,001
- Q_iC_i è il valore del volume di CO_2immesso in un minuto, uguale a 0.02 m^3; equivale alla velocità di ingresso espressa in $m^3/minuto$ (supposta costante)

Valori di uscita

- Q_u la portata di uscita dell'aria = 20 m^3/minuto
- C_u la concentrazione di uscita $= \frac{y(t)}{V}$
- Q_uC_u è il volume di CO_2 che esce in un minuto ,uguale a $\frac{y(t)}{V}20$; equivale alla velocità di uscita espressa in m^3/minuto (supposta costante)

L'EQUAZIONE DIFFERENZIALE CHE PERMETTE DI DETERMINARE c(t)

Osserviamo ora che la velocità di variazione istantanea di $\boldsymbol{y(t)}$ non è altro che la derivata $\boldsymbol{y'(t)}$

e deve essere è uguale alla somma algebrica della velocità di ingresso e quella di uscita.

$$\boldsymbol{velocità\ di\ ingresso = \ 0{,}020\ \frac{m^3}{minuto}}$$

$$\boldsymbol{velocità\ di\ uscita = -\frac{2}{13}\ y(t)\frac{m^3}{minuto}}$$

Scritta la seguente equazione differenziale

$$\boldsymbol{y'(t)\ =\ 0{,}02 - \frac{2}{13}\ y(t)}$$

osserviamo che se c(t) è la concentrazione di CO_2 al tempo t, vale la relazione

$$y(t) = V \cdot c(t)$$

e quindi l'equazione può essere scritta nella forma seguente

$$\boldsymbol{V\cdot c'(t) \;=\; 0,02-\frac{2}{13}\,V\cdot c(t) \to c'(t) \;=\frac{0,02}{V}-\frac{2}{13}\,c(t)}$$

e, sostituendo il valore di V=130

$$\boldsymbol{c'(t) \;=\frac{2}{13}\cdot 10^{-3}-\frac{2}{13}\,c(t)}$$

VERIFICA DELLA SOLUZIONE PROPOSTA DAL TESTO

$$c(t)=ke^{-\frac{2}{13}t}+h \quad \text{da cui} \qquad c'(t)=-\frac{2}{13}ke^{-\frac{2}{13}t}$$

Sostituendo , nell'equazione differenziale,i rispettivi valori otteniamo

$$k\left(-\frac{2}{13}e^{-\frac{2}{13}t}\right)\;=\;\frac{2}{13}\cdot 10^{-3}-\frac{2}{13}\,k\cdot e^{-\frac{2}{13}t}\;-\frac{2}{13}\,h \quad\to$$

$$0=\frac{2}{13}\cdot 10^{-3}-\frac{2}{13}h \to h=0.001$$

La funzione assegnata è soluzione dell'equazione differenziale

- per qualunque valore di k
- per il valore di h pari a 0.001 che è proprio uguale alla concentrazione di ingresso C_i

OSSERVAZIONE

L'equazione differenziale che determina C(t) è un'equazione del tipo

$$\boldsymbol{c'(t)=A-B\cdot c(t)}$$

dove A e B sono due costanti positive che hanno le dimensioni dell'inverso di un tempo

$$A=\frac{\boldsymbol{C_i\cdot Q_i}}{\boldsymbol{V}} \qquad \boldsymbol{B}=\frac{\boldsymbol{Q_u}}{\boldsymbol{V}}$$

La soluzione trovata ha la forma

$$c(t)=ke^{-\frac{Q_u}{V}t}+C_i \;\to\; c(t)=ke^{-Bt}+\frac{A}{B}$$

come si può verificare direttamente

3) CALCOLO DELLA COSTANTE k

Per determinare il valore di k si deve tener conto della condizione iniziale

$$c(0)\;=\;C_0=0{,}003\;\;=0{,}3\,\%$$

Sostituendo , nell'equazione $c(t)=ke^{-\frac{2}{13}t}+C_i$, i valori $t=0$ e c(t)= $c(0)=\;C_0$ si ottiene

$$c(0) = ke^0 + C_i \rightarrow C(0) = k + C_i \rightarrow$$

$$\boldsymbol{k} = C_0 - C_i = 0{,}003 - 0{,}001 = 0{,}002$$

La funzione che esprime la concentrazione di CO_2 in funzione del tempo è

$$c(t) = (C_0 - C_i) \cdot e^{-\frac{2}{13}t} + C_i$$

Scrivendo la soluzione nella forma

$$\boldsymbol{c(t) - C_i = (C_0 - C_i) \cdot e^{-\frac{2}{13}t}}$$

si può dare questa interpretazione del risultato:

la differenza tra la concentrazione di CO_2 e quella di ingresso diminuisce esponenzialmente

Poiché al tendere di t all'infinito si ha $\lim_{t\to+\infty} e^{-\frac{2}{13}t} = 0$

si avrà $$\boldsymbol{\lim_{t\to+\infty} c(t) = C_i}$$

cioè

dopo un tempo sufficientemente lungo la concentrazione di CO_2 sarà uguale a quella immessa dall'aeratore.

Grafico di $\boldsymbol{c(t) = 0,2 \cdot e^{-\frac{2}{13}t} + 0,1}$ **dove le concentrazioni sono espresse in percentuali**

Abbiamo già osservato che il grafico è un ramo di funzione esponenziale decrescente, traslata verso l'alto .

L'estremo sinistro è il punto di coordinate A(0; 0,3)

L' asintoto orizzontale è la retta di equazione c= 0, 1

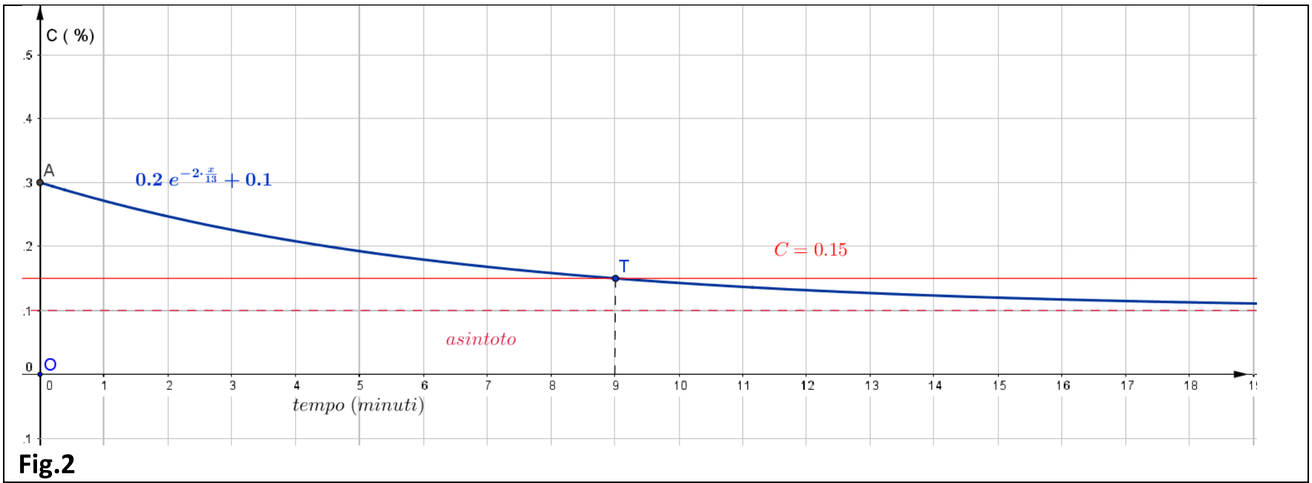


Fig.2

Si deve stabilire quanto tempo prima debba essere acceso l'impianto di aerazione, affinché all'inizio della riunione dei condomini, la concentrazione sia ridotta allo 0,15% .

Imponendo $c(t) \leq 0{,}0015$ si deve risolvere la disequazione

$$0{,}002 \cdot e^{-\frac{2}{13}t}+0{,}001 \leq 0{,}0015 \rightarrow$$

$e^{-\frac{2}{13}t} \leq \frac{0{,}0005}{0{,}002} \rightarrow$ $\quad e^{-\frac{2}{13}t} \leq \frac{5}{2}10^{-1} = 0{,}25 \rightarrow$ $\quad t \geq -\frac{13}{2}\ln 0{,}25 \cong 9\ minuti$

In figura 2 si può osservare un'interpretazione grafica della soluzione.

L'impianto deve essere acceso almeno 9 minuti prima dell'inizio della riunione.

4) L'impianto è in funzione da 10 minuti, quando i 50 partecipanti alla riunione accedono alla sala. Considerando che l'impianto rimane acceso anche durante la riunione e che un essere umano mediamente espira 8 litri / minuto i di aria contenente il 4% diCO_2 (fonte :OSHA , Occupational Safety and Health Administration) descrivi in termini qualitativi come cambierà l'andamento di $c(t)$ dopo l'ingresso dei condomini nella sala , giustificando la tua risposta.

Si chiede di descrivere, in termini qualitativi, l'andamento di c(t) mentre nella sala sono presenti i condomini .

Poiché si ritiene che una descrizione qualitativa non possa prescindere da un'analisi quantitativa, generalizziamo il modello costruito nel punto 2) e nel punto 3) .

I partecipanti alla riunione entrano nella sala quando l'impianto di aerazione è in funzione da 10 minuti, pertanto la concentrazione di CO_2 è ridotta a $c(10) = 0{,}002 \cdot e^{-\frac{2}{13}10}+0{,}001 \cong 1{,}4 \cdot 10^{-3}$.

Le 50 persone espirano ogni minuto un volume complessivo di aria pari a 400 litri, ovvero $0{,}400\ m^3$ con una concentrazione del 4% di CO_2.

Poiché, con l'ingresso dei partecipanti alla riunione, cambia lo scambio di volume di aria tra interno ed esterno, scriviamo l'equazione differenziale che permette di determinare la concentrazione di CO_2in funzione del tempo, in una forma più generale, introducendo altre due variabili

- Q_g la portata generata(0,400 m^3/minuto)
- C_g la concentrazione generata (0,04)

$$Si\ sa\ che\ c(10) = 0{,}0014$$

$$\boldsymbol{V \cdot c'(t) = C_i \cdot Q_i + C_g \cdot Q_g - \frac{V \cdot c(t)}{V}(Q_i + Q_g)}$$

$$\boldsymbol{c'(t) = \frac{C_i \cdot Q_i + C_g \cdot Q_g}{V} - \frac{c(t)}{V}(Q_i + Q_g)}$$

L'equazione è formalmente uguale alla precedente, cioè assume la forma

$$c'(t) = A - B\,c(t)$$

quindi ci aspettiamo una soluzione del tipo $c(t) = ke^{-Bt} + \frac{A}{B}$

dove A e B possono essere calcolate sostituendo i valori assegnati

Si trova

$A = \frac{C_i \cdot Q_i + C_g \cdot Q_g}{V} = \frac{0{,}001 \cdot 20 + 0{,}04 \cdot 0{,}4}{130} = \frac{0{,}036}{130} = \frac{36}{13} 10^{-4} \cong 0{,}00027 \quad minuti^{-1}$

$B = \frac{Q_i + Q_g}{V} = \frac{20{,}4}{130} = \frac{204}{13} 10^{-2} \cong 0{,}157\ minuti^{-1}$

$$\frac{A}{B} = \frac{36}{204} 10^{-2} = \frac{3}{17} 10^{-2} \cong 0{,}00176$$

quindi la soluzione è $\quad c(t) = ke^{-0{,}157t} + 0{,}00176$

Osserviamo che

La quantità $\frac{A}{B} = \frac{C_i \cdot Q_i + C_g \cdot Q_g}{Q_i + Q_g}$ corrisponde al valore medio tra la concentrazione della CO_2 immessa e quella generata all'interno e possiamo indicarla con C_m.

Per determinare k si Impone la condizione $c(10) = 1{,}43 \cdot 10^{-3}$

$$ke^{-0{,}157 \cdot 10} = C(10) - C_m = 0{,}00143 - 0{,}00176 \cong -0{,}00033 \rightarrow$$

$$k \cong \frac{-0{,}00033}{e^{-1{,}57}} \cong -0{,}00158 = -1{,}5810^{-3}$$

$$c(t) = -1{,}58 \cdot 10^{-3} e^{-0{,}157t} + 1{,}76 \cdot 10^{-3} \qquad t \geq 10 \text{ ovvero,}$$

esprimendo i valori della concentrazione in percentuale

$$c(t) = -0{,}158 \cdot e^{-0{,}157t} + 0{,}176 \qquad t \geq 10$$

La funzione in questo caso è crescente , come si può osservare analizzando il segno della derivata, che è sempre positiva.

Poiché $\lim_{t \to +\infty} e^{-0{,}157t} = 0$, ***si ha che*** **c(t) tende asintoticamente al valore $C_m = 0{,}176\ \%$**

La funzione che descrive la l'andamento nel tempo della concentrazione di CO_2, dall'istante t=0, in cui è stato acceso l'aeratore è

$$\begin{cases} c(t) = 0{,}2 \cdot e^{-\frac{2}{13}t} + 0{,}1 & 0 \leq t < 10 \\ c(t) = -0.158\, e^{-0{,}157t} + 0{,}176 & t \geq 10 \end{cases}$$

Grafico

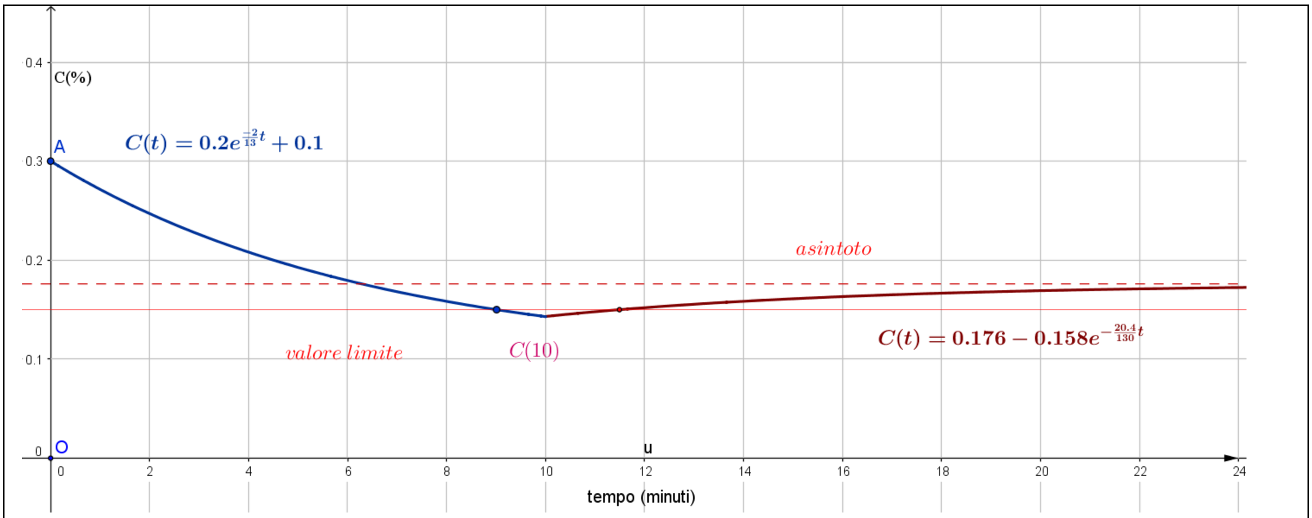


Fig.3

DESCRIZIONE DEL FENOMENO

Nei 10 minuti che intercorrono tra l'accensione dell'aeratore e l'ingresso dei codomini, la concentrazione di CO_2 diminuisce dal valore iniziale, $C_0 = 0{,}3\%$, al valore di circa $0{,}14\ \%$, inferiore valore limite di $0{,}15\ \%$,

In assenza di persone nella stanza, la concentrazione di CO_2continuerebbe a decrescere tendendo asintoticamente al valore di ingresso, cioé $0{,}1\%$

Non appena nella stanza entrano i condomini, la concentrazione comincia ad aumentare e tende asintoticamente al valore di circa $0{,}17\%$

APPROFONDIMENTO

SOLUZIONE dell'equazione differenziale

La risoluzione delle due equazioni differenziali, anche se non richiesta, permette di aggiungere alcuni elementi di approfondimento.

Considerata l'equazione differenziale

$$c'(t) \ = \ A - B\ c(t) \qquad con\ \ A\ e\ B\ costanti\ positive$$

si riconosce subito che può essere risolta mediante il metodo di separazione delle variabili

Scartando la soluzione costante $C = \frac{A}{B}$ scriviamo

$$\int \frac{c'(t)}{A - B\ c(t)} dc = \int dt \to -\frac{1}{B}\ln|A - B\ c(t)| \ = t + h \to |\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\ \boldsymbol{c}(\boldsymbol{t})| \ = \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{B}\boldsymbol{h}}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{B}\boldsymbol{t}}$$

$$|\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\ \boldsymbol{c}(\boldsymbol{t})| \ = \boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{B}\boldsymbol{t}}$$

Applichiamo questo metodo per risolvere il nostro problema, tenendo conto anche delle condizioni iniziali

Per determinare l'intervallo massimale in cui va risolta l'equazione, osserviamo che

a)deve essere $t \geq 0$

b) il valore di c deve variarle nell'insieme$\left(0,\frac{A}{B}\right) \cup \left(\frac{A}{B}.+\infty\right)$

c) tenendo conto delle condizioni iniziali, nel primo caso dovremo scegliere il secondo intervallo, nel secondo caso sceglieremo il primo

Infatti

Primo caso

$A = \frac{2}{13}10^{-3} \qquad B = \frac{2}{13} \ \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{1}{3}10^{-3}$

La variabile c deve variare nell'insieme$\left(0,\frac{1}{3}10^{-3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}10^{-3}.+\infty\right)$ ma, essendo $c(0) = 3 \cdot 10^{-3} > \frac{1}{3}10^{-3}$

considereremo solo l'intervallo $\left(\frac{1}{3}10^{-3}.+\infty\right)$

Nella soluzione generale

$$\left|\frac{2}{13}10^{-3} - \frac{2}{13}\,c(t)\right| = Ke^{-\frac{2}{13}t}$$

l'argomento del modulo risulta pertanto negativo e la soluzione assume la forma

$$-\frac{2}{13}10^{-3} + \frac{2}{13}\,c(t) = Ke^{-\frac{2}{13}t}$$

Sostituendo il valore iniziale $(0;\ 3 \cdot 10^{-3})$ determiniamo il valore di K

$$-\frac{2}{13}10^{-3} + \frac{2}{13}\,3 \cdot 10^{-3} = Ke^{0} \rightarrow \frac{2}{13}\,2 \cdot 10^{-3} = K$$

Semplificando il termine $\frac{2}{13}$, comune a tutti gli addendi, si ritrova quindi la soluzione

$$c(t) = 0{,}002 \cdot e^{-\frac{2}{13}t} + 0{,}001$$

Secondo caso

$$A = \frac{36}{13} \cdot 10^{-4} \cong 3 \cdot 10^{-4} minuti^{-1} \qquad B = \frac{204}{13} \cdot 10^{-2} \cong 1{,}57 \cdot 10^{-1}\, minuti^{-1}$$

$$\rightarrow \frac{A}{B} = \frac{3}{17}10^{-2} \cong 1{,}76 \cdot 10^{-3}$$

con la condizione $c(10) = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$

$$\begin{cases} c'(t) = & A - B\,c(t) \\ c(10) = & 1{,}4 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Deve essere $t \geq 10$ e, separando le variabili dobbiamo imporre $c \neq 1{,}76 \cdot 10^{-3}$

e, essendo $c(10) = 1{,}43 \cdot 10^{-3} < 1{,}76 \cdot 10^{-3}$

consideriamo solo l'intervallo $(0, \ 1{,}76 \cdot 10^{-3})$

Nella soluzione generale

$$|\boldsymbol{A - B\, c(t)}| \ = \boldsymbol{Ke^{-Bt}}$$

l'argomento del modulo è positivo, pertanto scriviamo la soluzione nella forma

$A - B\, c(t) \ = K\boldsymbol{e^{-Bt}} \quad \rightarrow c(t) = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}} - \frac{K}{B}\, \boldsymbol{e^{-Bt}}$

Sostituendo le coordinate del punto $(10; c(10))$ determiniamo il valore di $\frac{K}{B}$

$\frac{K}{B} = \frac{\frac{A}{B} - C(t10)}{e^{-10B}} \cong 1{,}5810^{-3}$

ritrovando, anche in questo caso, la soluzione precedente

$$\boldsymbol{c(t)} = -1{,}58 \cdot 10^{-3}\boldsymbol{e^{-0{,}157t}} \ + 1{,}76 \cdot 10^{-3}$$

Conclusione

Il valore $\frac{C_i \cdot Q_i + C_g \cdot Q_g}{Q_i + Q_g}$ è . in generale, il valore medio tra la concentrazione della CO_2

immessa e quella generata all'interno, essendo, in particolare, uguale a C_i se $Q_g = 0$.

Se la concentrazione iniziale è maggiore della concentrazione media dell'apporto complessivo di CO_2 , la concentrazione decresce tendendo asintoticamente al valore C_{medio}.

Se la concentrazione iniziale è minore della concentrazione media dell'apporto di CO_2 la concentrazione cresce tendendo asintoticamente al valore C_{medio}.