6. ***Si determinino i coefficienti dell'equazione*** $y = \frac{ax^2+4}{bx+2}$ ***perché la curva rappresentativa ammetta asintoto di equazione y=x+2***

Soluzione

I parametri a e b devono soddisfare le due condizioni

$\lim_{x\to\infty} \frac{ax^2+4}{bx+2} * \frac{1}{x} = 1$ ovvero $\frac{a}{b} = 1 \rightarrow a = b$

$\lim_{x\to\infty} \left[\frac{ax^2+4}{bx+2} - x\right] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{(a-b)x^2-2x+4}{bx+2}\right] = 2$ ovvero $\frac{-2}{b} = 2 \rightarrow b = -1$

La curva avrà equazione $y = \frac{-x^2+4}{-x+2}$ e corrisponde alla retta di equazione y=x+2(l'asintoto stesso) privata del suo punto di ascissa 2

7. ***Tenuto conto che:***

$$\log 2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin x} dx$$

si calcoli un'approssimazione di log2, utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati

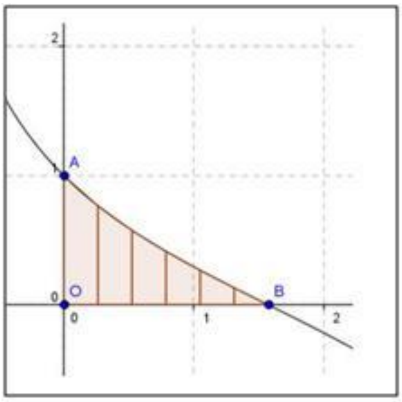
Soluzione

$$\log 2 \cong 0,69$$

Metodo dei trapezi

L'intervallo [a, b] viene diviso in n intervalli di ampiezza h, dove x_0 = a e x_n = b La formula assume la forma:

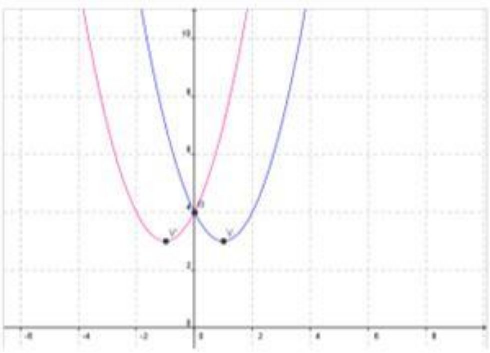
$$\int_a^b f(x)dx \cong h\left(\frac{f(x_0)}{2} + f(x_1) + f(x_2) \dots \dots + \frac{f(x_n)}{2}\right)$$



n	h		
6	0,261799		
x	f(x)	f(x)*h	Trapezi
0	1	0,261799	0,1309
0,261799	0,767327	0,200886	0,200886
0,523599	0,57735	0,15115	0,15115
0,785398	0,414214	0,108441	0,108441
1,047198	0,267949	0,070149	0,070149
1,308997	0,131652	0,034467	0,034467
1,570796	1,42E-16	3,71E-17	1,85E-17
		Somma	0,695992

n	h		
10	0,15708		
x	f(x)	f(x)*h	Trapezi
0	1	0,15708	0,078539816
0,15708	0,854081	0,134159	0,13415868
0,314159	0,726543	0,114125	0,11412503
0,471239	0,612801	0,096259	0,096258523
0,628319	0,509525	0,080036	0,08003607
0,785398	0,414214	0,065065	0,065064514
0,942478	0,32492	0,051038	0,051038267
1,099557	0,240079	0,037711	0,037711483
1,256637	0,158384	0,024879	0,02487897
1,413717	0,078702	0,012362	0,012362435
1,570796	3,06E-17	4,81E-18	2,40557E-18
		Somma	0,694173792

8. Sia C la curva d'equazione $y = x^2 - 2x + 4$, e sia G la curva simmetrica di C rispetto all'asse y. Qual è l'equazione di G?



C è una parabola di vertice V(1;3) e passante per il punto (0;4). La parabola simmetrica di C rispetto all'asse y ha la stessa intersezione con quest'ultimo ed il vertice nel punto (-1;3)

La sua equazione si può ottenere anche applicando la trasformazione $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$ $\boldsymbol{y = x^2 + 2x + 4}$

9)Si determini la probabilità che nel lancio di due dadi si presenti come somma un numero dispari. Lanciando 5 volte i due dadi, qual è la probabilità di ottenere come somma un numero dispari almeno due volte?

Sono possibili 36 uscite equiprobaili, come nella tabella

	1	2	3	4	5	6
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Tra queste 18 hanno come risultato un numero dispari, quindi la probabilità richiesta è 50%

Si perviene allo stesso risultato osservando che la probabilità di ottenere un numero pari , con un solo dado è uguale alla probabilità di ottenere un numero dispari ($\frac{1}{2}$)

Le possibili uscite sono

Pari Pari

Pari Dispari

Dispari Pari

Dispari Dispari

Si ottiene un numero dispari nel secondo o nel terzo caso

Probabilità =$\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

Lanciando n volte i due dadi si effettuano n prove bernoulliane :

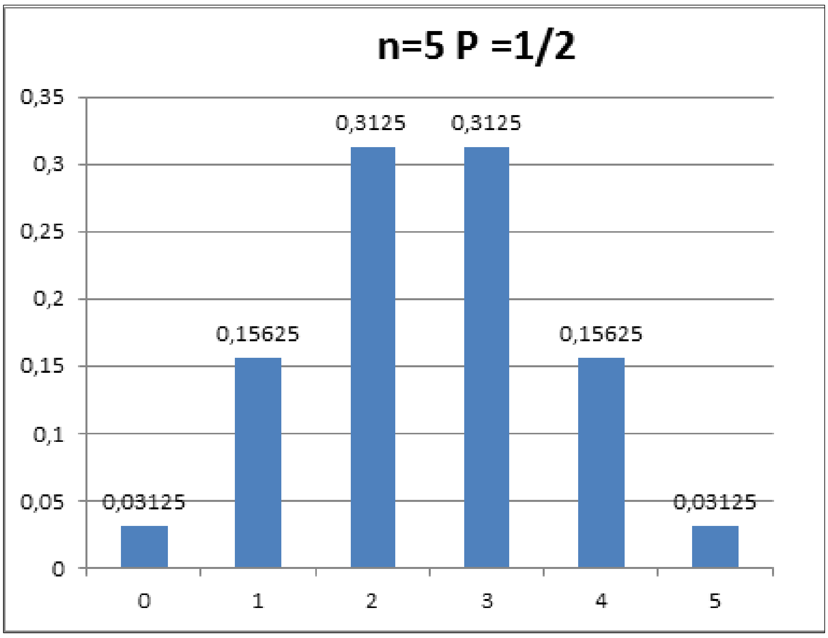
la probabilità che un evento di probabilità p si verifichi k volte in n prove è

$$\boldsymbol{P(k)=C_{n,k}\,p^{k}q^{n-k}}$$

Dove **q =1-p** è la probabilità dell'evento contrario,

il valor medio della distribuzione è uguale a $\boldsymbol{np}$

Nel nostro caso la distribuzione è quella della figura seguente



Come si può osservare la distribuzione è simmetrica, rispetto al valor medio 5/2. La somma dei primi tre valori è uguale alla somma degli altri tre e non può che essere uguale a 0.5.

Pertanto la probabilità che almeno due volte esca un numero dispari (ovvero che esca 2, 3, 4 o 5 volte) può essere calcolata sommando i valori corrispondenti ovvero sommando a 0.5 il valore corrispondente all'uscita << 2 successi>>

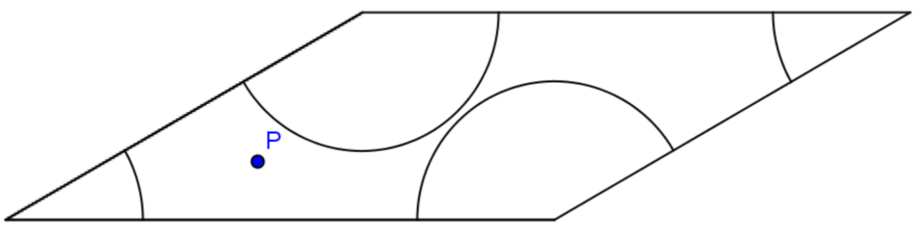
$P(2) = C_2^5 \frac{1}{2}^2 \frac{1}{2}^3 = 10\frac{1}{32}=0.3125$

P(k≥2)=0.5+ 0.3125= 0.8125≅ 81%

10. Si scelga a caso un punto all'interno di un parallelogramma, avente i lati lunghi rispettivamente 8m e 6m e gli angoli acuti di 30°. Si determini la probabilità che la sua distanza da ogni vertice sia maggiore di 2m.

Soluzione

.



La probabilità richiesta è il rapporto tra l'area della regione che si ottiene togliendo dal parallelogramma i 4 settori circolari indicati in figura e l'area del parallelogramma

Area del parallelogramma =$(6 * 8 * \sin 30°)m^2$ =24 m^2

Area di uno dei settori minori = $\frac{1}{12}$ area del cerchio di raggio 2

Area di uno dei settori maggiori = $\frac{5}{12}$ area del cerchio di raggio 2

La somma dei quattro settori equivale all'area del cerchio $4\pi \ m^2 \cong 12.56 \, m^2$

Probabilità richiesta= $\frac{24-12.56}{24} \cong 48\%$

Soluzioni di Adriana Lanza